

学科名	学科	学生証番号	
年次	年次	氏名	

合計点

【問題】 全問解答し、答欄に設問の答えのみを記入しなさい。

1 関数  $z = x^2y^3 - 3x^2y + x$  の偏導関数  $z_x$  を求めよ。 答  $z_x =$

2  $x = e^u \cosh v, y = e^u \sinh v$  のとき、 $\begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix} = x_u y_v - x_v y_u$  を  $u, v$  の式で表せ。  
( $\cosh v = \frac{1}{2}(e^v + e^{-v}), \sinh v = \frac{1}{2}(e^v - e^{-v})$  である。) 答

3 関数  $f(x, y) = 2x^3 - 3x^2 + y^2$  の極小値を求めよ。答  $(x, y) = ( \quad , \quad )$  で極小値  をとる。

4  $z = x^3 - x^2y + xy^2 - y^3$  で定まる  $xyz$  空間の曲面上の点  $P(1, 2, -5)$  における接平面の方程式が  $z = ax + by + c$  と表されるとき、定数  $a, b, c$  を求めよ。 答  $a =$  ,  $b =$  ,  $c =$

5  $-1 < x < 2$  において  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 2 = 0$  で定まる陰関数  $y = \varphi(x)$  に対して、 $y = \varphi(x)$  の極大値を求めよ (ヒント:  $\varphi'(x) = -f_x/f_y$  となることを使ってもよい。) 答  $x =$   で極大値  $y =$   をとる。

6 2重積分  $\iint_D (2x - y) dx dy$  ( $D: 0 \leq y \leq 2x, x + y \leq 3$ ) を計算せよ。 答

7  $xy$  平面の領域  $D$  上の  $C^1$  級関数  $f(x, y)$  で定まる  $xyz$  空間の曲面  $S: z = f(x, y)$  の曲面積  $|S|$  は  $|S| = \iint_D \sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2} dx dy$  である。この公式を使って、曲面  $z = 6 - x^2 - y^2$  の  $z \geq 0$  にある部分  $S$  の曲面積  $|S|$  を求めよ。 答  $|S| =$

8  $xyz$  空間の  $x \geq 0, 0 \leq y \leq 1 - x^2, 0 \leq z \leq 1 - y^2$  で定まる部分  $V$  の体積を求めよ。 答

9  $x$  のべき級数  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$  の収束半径を求めよ。 答

10  $x$  の関数  $f(x) = \log(1 + x)$  の  $|x| < 1$  におけるべき級数展開<sup>(\*)</sup>を  $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$  とするとき、 $a_n (n = 1, 2, \dots)$  を求めよ。(\*) 整級数展開, マクローリン級数展開ともいう。) 答  $a_n =$